



1797

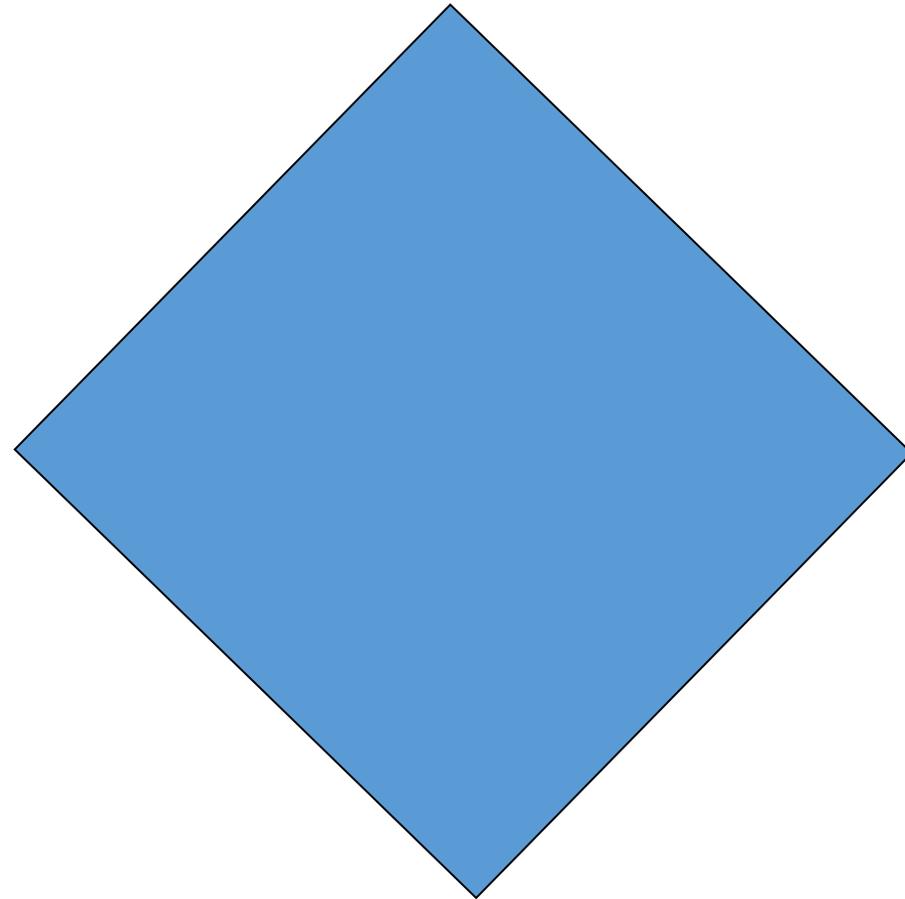
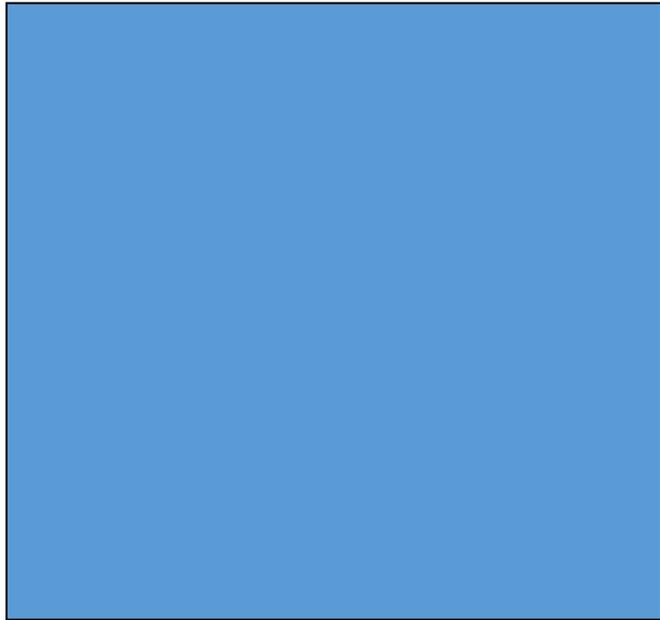
ФОРМИРОВАНИЕ У МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ

Ольга Александровна Ивашова

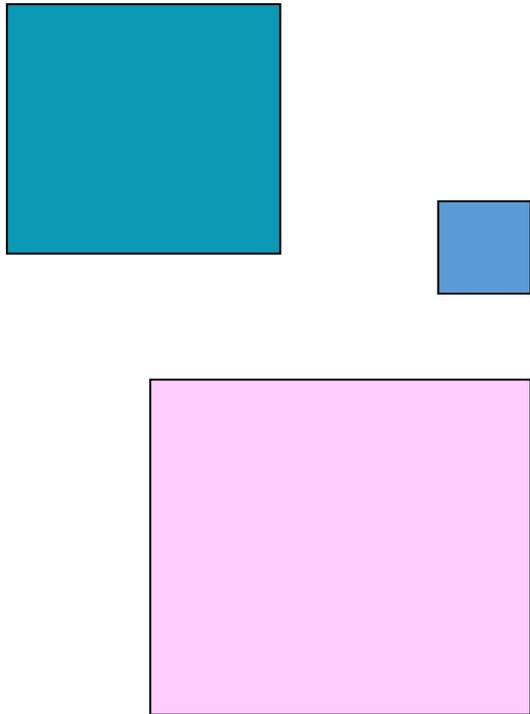
к. пед. н., доцент кафедры НЕМО РГПУ им. А.И. Герцена



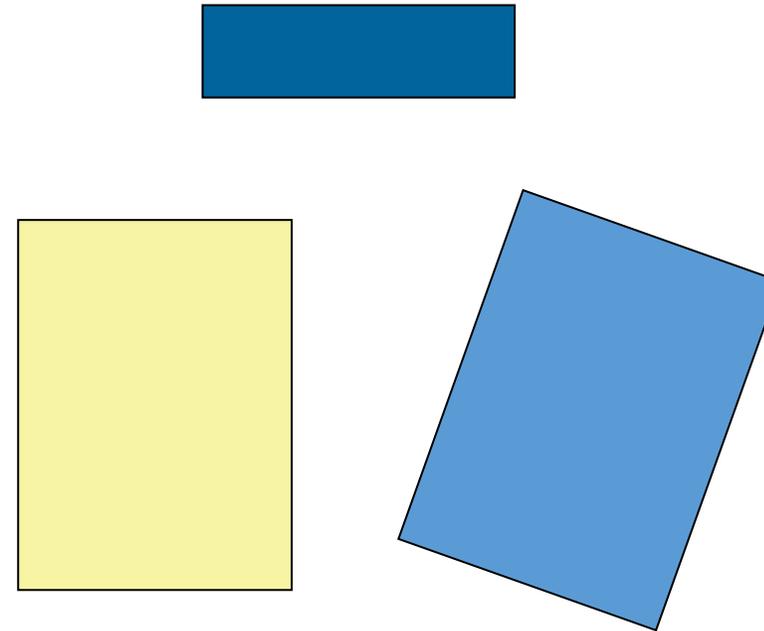
Примеры ошибок в усвоении понятий



Примеры ошибок в усвоении понятий



Квадраты



Прямоугольники



Примеры ошибок в усвоении понятий



Прочитай выражения с названием
компонентов

$$39 + 47 = 86$$

$$45 - 27 = 18$$

Составные части задачи:

Условие

Вопрос

Схема

Решение

Ответ



Категория «понятие»



- **В философии:** «общее представление или представление того, что обще многим объектам» (Кант)
- **В логике** – «мысль о предмете, выделяющая в нем существенные признаки» (Асмус)
- **В психологии** «...целостная структура, включающая образы разной степени обобщенности» (Веккер)
- **В педагогике** «форма научного мышления, результат обобщения свойств предметов некоторого класса и мысленного выделения самого этого класса по совокупности общих для предметов этого класса отличительных признаков» (Рос. пед. энц.)



Категория «понятие»



Понятие – форма мышления, отражающая общие и существенные свойства и отношения вещей и явлений материального мира.

Математическое понятие – отражение в мышлении отличительных свойств форм и количественных отношений действительного мира.

В познании понятия выражаются с помощью признаков посредством речи и символов

Логические характеристики понятия

Содержание понятия

совокупность **всех**
существенных признаков
объекта, охватываемых
данным понятием.

Объем понятия

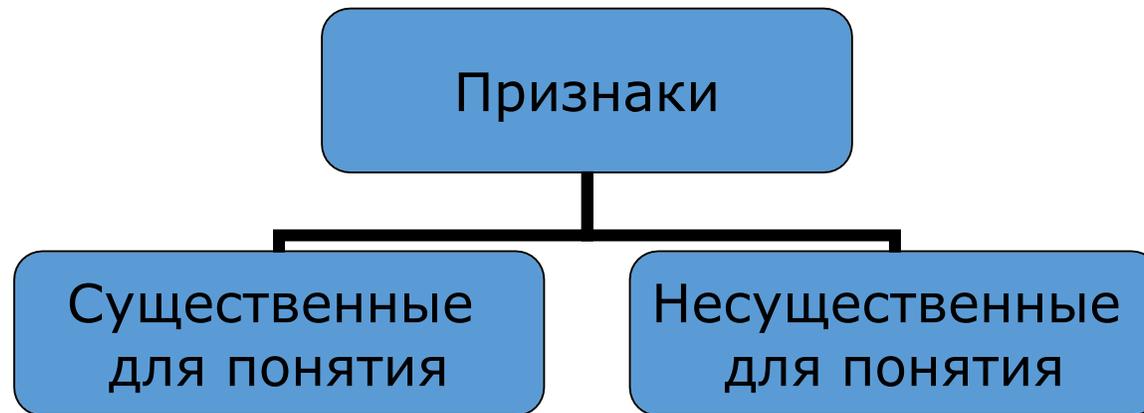
совокупность **всех**
объектов, соответствующих
содержанию понятия.

Содержание и объем понятия связаны законом обратного отношения:

- чем шире содержание понятия, тем уже его объем,
- чем шире объем понятия, тем уже его содержание.

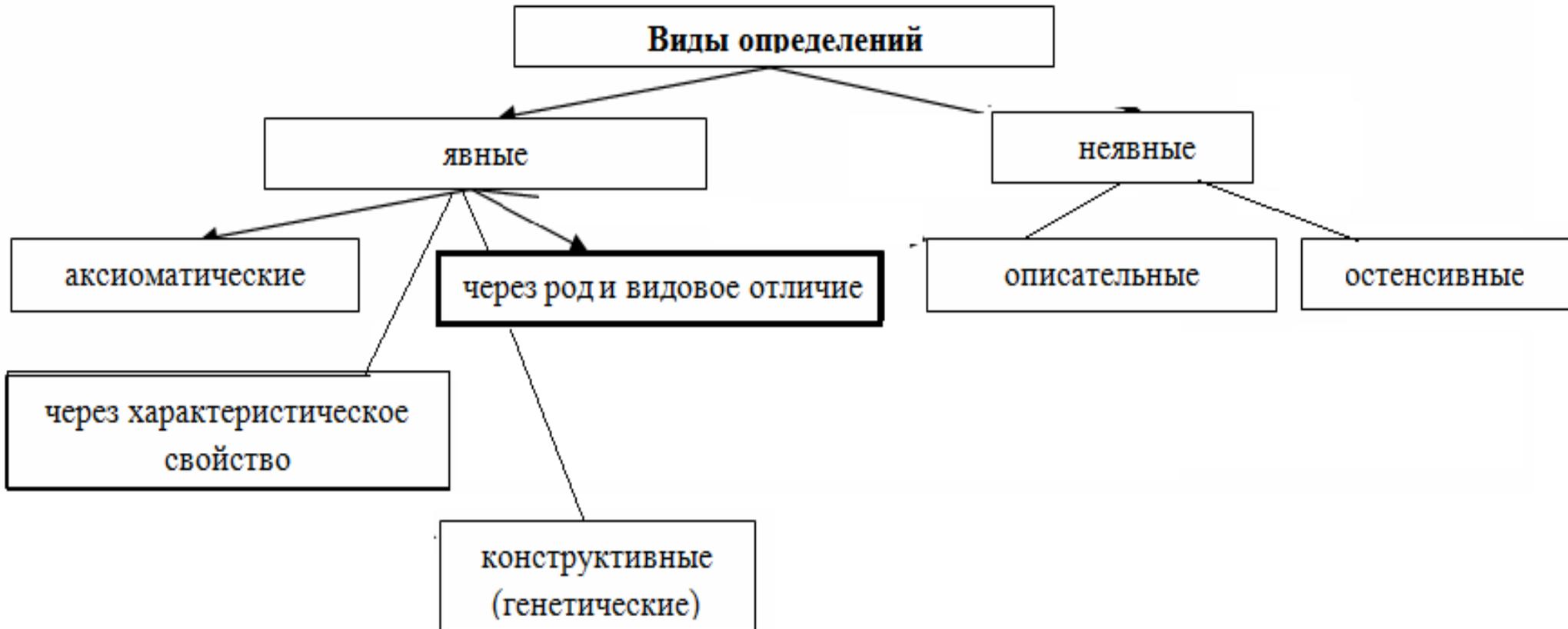
Признаки понятия

Признак – свойство объекта, с помощью которого объект можно распознать, описать, сравнить с другими.



Существенные для понятия признаки - каждый из которых необходим, все вместе они достаточны, чтобы отделить понятие от других

Виды определений понятий



Примеры. Определение понятия «Величина»

В математике

В пределах системы всех однородных величин (то есть в пределах системы всех длин или всех площадей, всех объёмов) устанавливается отношение порядка: две величины a и b одного и того же рода или совпадают ($a = b$), или первая меньше второй ($a < b$), или вторая меньше первой ($b < a$).

В пределах каждой из рассматриваемых систем однородных величин отношение $a < b$ и операция $a + b = c$ обладают следующими свойствами:

- 1) Каковы бы ни были a и b , имеет место одно и только одно из трёх соотношений: или $a = b$, или $a < b$, или $b < a$
- 2) Если $a < b$ и $b < c$, то $a < c$ (транзитивность отношений «меньше», «больше»)
- 3) Для любых двух величин a и b существует однозначно определённая величина $c = a + b$
- 4) $a + b = b + a$ (коммутативность сложения)
- 5) $a + (b + c) = (a + b) + c$ (ассоциативность сложения)
- 6) $a + b > a$ (монотонность сложения)
- 7) Если $a > b$, то существует одна и только одна величина c , для которой $b + c = a$ (возможность вычитания)
- 8) Каковы бы ни были величины a и натуральное число n , существует такая величина b , что $nb = a$ (возможность деления)
- 9) Каковы бы ни были величины a и b , существует такое натуральное число n , что $a < nb$.
Аксиома Архимеда – основа для измерения величин
- 10) Если последовательности величин $a_1 < a_2 < \dots < \dots < b_2 < b_1$ обладают тем свойством, что $b_n - a_n < c$ для любой величины c при достаточно большом номере n , то существует единственная величина x , которая больше всех a_n и меньше всех b_n .

В начальной школе

Свойство предметов и явлений:

- по которому объекты можно сравнивать,
- которое можно измерить,
- с числовыми значениями которых можно выполнять арифметические действия



Примеры. Определение понятия «уравнение»

РОД

Равенство

с переменной,
значение которой
надо найти

Видовое отличие

Примеры. Определение понятия «выражение»

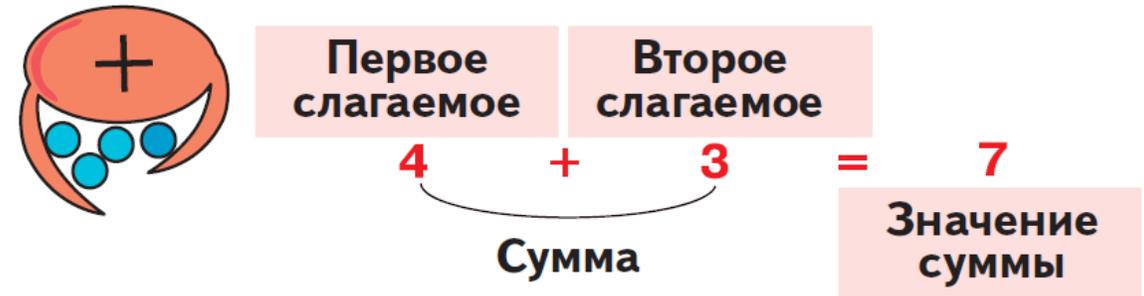
2. Назови по таблице общее имя для сумм и разностей.



Математическое выражение	Значение выражения
$1 + 6$	7
$11 - 7$	4
$\blacktriangle + 0$	\blacktriangle
$17 - 7 + 5 - 0$	15
$\blacktriangledown - \blacktriangledown + 1$?

Каких знаков не может быть в выражениях?
 Чем отличаются выражения в каждой группе?
 Прочитай выражения и назови их значения.

3. При сложении числа называют так:



Какие слова ты уже слышал?
 Чем похожи слова *сумма*, *сумка*, *сумá*?



Причины, препятствующие формированию у младших школьников математических понятий



Объективные причины

- невозможность увидеть понятия, т.к. понятия – результат мышления;
- невозможность передачи понятий в готовом виде, доказанная Л.С. Выготским;
- возрастные особенности младших школьников;
- недостаток теоретической базы
- преобладание остенсивных определений понятий в начальном курсе математики

Субъективные причины

- недостаточная подготовка учителей начальных классов:
 - теоретическая
 - методическая;
- отсутствие или недостаток в учебниках математики по многим УМК разнообразных заданий для усвоения понятий.



Особенности формирования понятий в начальной школе



- постепенность усвоения содержания понятий учащимися
- разная скорость усвоения у разных учащихся
- сочетание в мышлении детей научных признаков понятий с донаучными (долгое время)
- постепенность деления признаков на существенные и несущественные, их систематизации
- поэтапность обобщения понятия (не все ученики достигают обобщения)



Этапы (стадии) формирования понятия



ПРИМЕНЕНИЕ ?

В.В. Давыдов

Образование понятия

Выделение признаков объекта
(анализ)

Соединение существенных
признаков объекта (синтез)

Отбрасывание несущественных
признаков (абстрагирование)

Образование единого целого,
являющегося понятием (обобщение)



Этапы формирования математических понятий

Подготовительный этап - профессиональный

- анализ УМК для выборки формируемых понятий;
- логико-математический анализ
- создание «паспорта» понятий

• Основной (обучающий) этап – формирование выделенных понятий



«Паспорт» понятия

1. Математическое определение. Объем и содержание понятия. Вид определения. Связь с другими понятиями
2. Определение понятия в начальной школе в конкретном УМК. Класс. Вид определения.
3. Развитие понятия в начальной школе (от класса к классу).
4. Наглядный образ (по возможности)
5. Задания для разных этапов изучения, в том числе:
 - а) на подведения под понятие, б) на выведение следствий
6. Возможность установления внутри- и межпредметных связей и ее реализация в конкретном УМК

Понятие «Числовое выражение»

1) Математическое определение

Числовым выражением называют всякую запись из чисел, знаков арифметических действий и скобок, составленную со смыслом.

Как известно, записи $3 + 7$, $24 : 8$, $3 \cdot 2 - 4$, $(25 + 3) \cdot 2 - 17$ называются *числовыми выражениями*. Они образуются из чисел, знаков действий и скобок. Существуют числовые выражения, значения которых нельзя найти. Про такие выражения говорят, что они *не имеют смысла*.

Определение: Если f и g – числовые выражения, то $(f) + (g)$, $(f) - (g)$, $(f) \cdot (g)$, $(f) : (g)$ – числовые выражения. Считают, что каждое число является числовым выражением. *Л.П. Стойлова*

Объем понятия Множество всех числовых выражений с разным количеством действий

Содержание понятия

1. иметь числа, знаки действий (обязательное условие)
2. иметь смысл (обязательное условие)
3. иметь скобки (необязательное условие)

Связь с другими понятиями

Выражение с переменной, равенство, неравенство

Вид определения Остенсивное

2) Определение понятия в начальной школе в конкретном УМК.

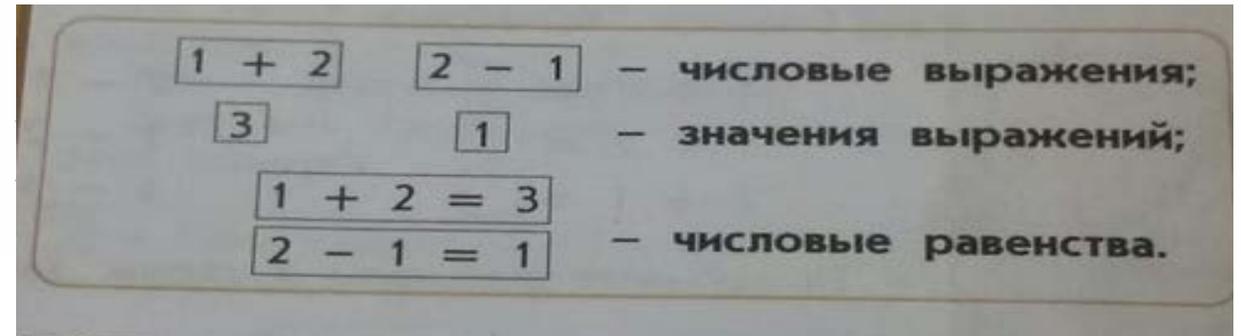
Пример из учебника Л.Г. Петерсон. Математика. 2 класс. Часть 2. – М.: Издательство «Ювента», 2013. – 112 с.

Определение - остенсивное.

При решении задач иногда только обозначают нужные действия, а выполняют их потом. Получаются записи, которые называются *выражениями*, например:

$$3 + 5, 12 - 7 + 3, d - 4, a + b + c \text{ и т. д.}$$

Первые два выражения *числовые* – они составлены из чисел. Последние два выражения *буквенные* – в них встречаются буквы. Записи $7 > 5$, $a + b = b + a$, $25 - 8 < 25 - 3$ не являются выражениями. В них есть знаки сравнения: $<$, $>$, $=$.



$1 + 2$ $2 - 1$ – **числовые выражения;**
 3 1 – **значения выражений;**
 $1 + 2 = 3$
 $2 - 1 = 1$ – **числовые равенства.**

Математика. 1 кл. В 3 ч. Ч. 1 / Т.Е. Демидова, С.А. Козлова, А.П. Тонких. – Изд. 3-е, испр. – М.: Баласс; Издательство Школьный дом, 2012. – 80 с.



Организация деятельности

- *планирование* деятельности учителя перед введением нового понятия;
- *мотивирование* учащихся;
- *постановка и принятие учебной задачи*, задания, и фиксация их выполнения на «картах изучения понятий»
- *контроль* со стороны учителя и самих учащихся на основе разработанной карты изучения понятия;
- *корректировка* недостающих знаний в соответствии с продвижением по «карте», опережая возникающие трудности для дальнейшего усвоения понятий.



Мотивационные приемы

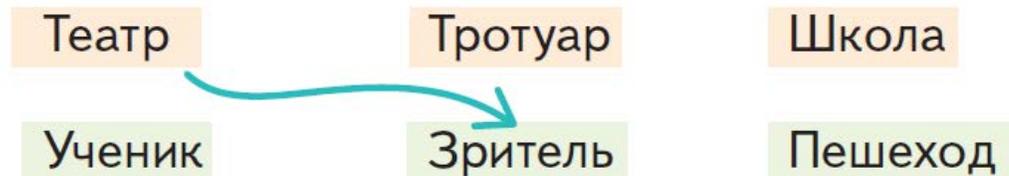


- Анализ жизненных ситуаций, требующий введения новых слов (без употребления термина для нового понятия)
- Связь с семантическим значением слова
- Выявление субъектного опыта учащихся
- Выявление знакомых значений многозначного слова

- Анализ жизненных ситуаций (без употребления термина для но
- Связь с семантическим знач
- Выявление субъектного опы
- Выявление знакомых значе



2. Найди пары. Почему одного человека можно назвать по-разному?



- Анализ жизненных ситуаций, требующий введения новых слов (без употребления термина для нового понятия)
- Связь с семантическим значением слова
- Выявление субъектного опыта учащихся
- Выявление знакомых значений многозначного слова

Умножение	Прием основан на семантическом значении слова «умножение» - увеличивать в числе, количестве. С.И.
Угол	Детям предлагался рисунок: 
Корень уравнения	Детям предлагалось рассмотреть рисунки:  <p>лесник корень слова</p> <p>корень дерева корень зуба</p> <p>Учитель: Что объединяет эти объекты? Почему их назвали общим словом «корень»?</p> <p>Дети: это что-то главное, без чего не может существовать ни дерево, ни зуб, ни слово</p> <p>Учитель: А в математике можно встретить корень?</p>
	«множила»

бки)
р?
Опыт
Ятия



Структура действий

- Подведения под понятие :
 - выделение всех свойств, зафиксированных в определении;
 - установление логических связей между ними;
 - проверка наличия у объекта выделенных свойств и их связей;
 - получение вывода о принадлежности объекта объёму понятия.
- Выведение следствий – это выделение существенных признаков объекта, принадлежащего данному понятию.

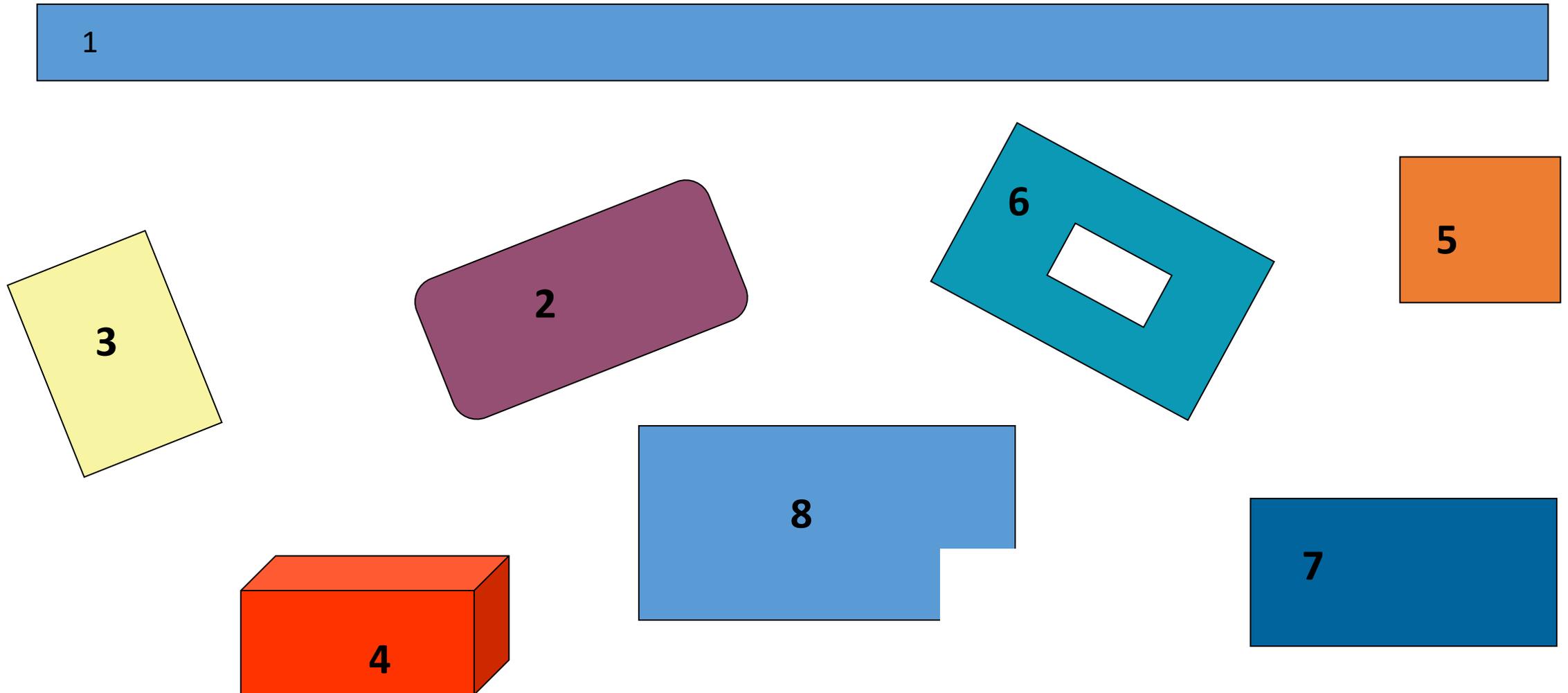


Требования к набору объектов в заданиях на распознавание



1. Должно быть несколько объектов, удовлетворяющих понятию, с обязательным варьированием несущественных признаков.
2. Должно быть несколько объектов, НЕудовлетворяющих понятию, но чем-то похожих на него, у которых нарушен один или несколько существенных признаков

Пример набора объектов в заданиях на распознавание



Решение учебной задачи

Понятие	Задания на содержание и объем понятия (пункт 1 и 2 в карте)	Задания на взаимосвязь понятий (пункт 3 в карте)	Задания на применение понятия (пункт 4 в карте)
Выражение	<ul style="list-style-type: none"> Подчеркни буквенные выражения одной чертой, а числовые двумя: $a + 75$, $25 + b = 836 + 74$, $63 + c$, $30 - 6 + 4$ На каком многограннике все знаки подходят для записи математических выражений? 	<ul style="list-style-type: none"> Преврати выражение $74 + 12 - 36$ в равенство. Из неравенства $25 + b > 87 - 12$ выпиши выражения. 	<ul style="list-style-type: none"> Составь выражение по рисунку Составь выражение к задаче Сравни выражения и их значения $15 - 5 + 3$ $(15 - 5) + 3$ $15 - (5 + 3)$
			

План изучения:

1.	 Свойства				
2.	 Виды				

3.	 Взаимосвязь				
4.	 Применение				

Решение учебной задачи

Работа с двумерными таблицами («подведение под понятие»)

№ 1

Объект	Свойства выражения			Вывод: это вы- ражение?
	наличие чисел и/или букв	правильное расположение знаков	отсутствие знаков сравнения	
$x - 712$	+	+	+	+
$147 + m = 201$	+	+	-	-
$12 + (87 - 14) > 14$				
$75 + b$				
$147 + 84$				
$m < c + n$				
$(15 + 27) - 15$				
$m : c$				

№ 3

Объект	Свойства			Вывод
	Числа и/или буквы	Знаки действий стоят правильно	Без знаков сравнения	
	-	-	-	-
	+	-	-	-
	-	+	-	-
	+	+	+	+
	+	+	+	+
	+	+	+	+

№№	Указано понятие	Даны объекты	Названы существенные признаки	Отмечено наличие признаков	Сделан вывод о принадлежности объекта понятию
1)	+	+	-	-	-
2)	+	+	частично	-	-
3)	+	+	-	-	-
4)	+	-	+	+	+
5)	-	+	+	+	+
6)	+	-	-	-	-



Список литературы

1. [Войшвилло](#), Е.К. Понятие как форма мышления: логико-гносеологический анализ. М.: Изд-во МГУ, 1989. — 239 с.
2. Кожокарь, О. А., Подходова, Н. С., Фефилова, Е. Ф. Реализация ФГОС ОО: новые решения в обучении математике: учебно-методическое пособие для высших учебных заведений / РГПУ, НИИ общего образования. — Санкт-Петербург; Архангельск: КИРА, 2014. — 255 с.
3. Усова, А.В. Формирование у школьников научных понятий в процессе обучения. – М.: Педагогика, 1986. – 176 с.
4. Давыдов, В.В. Виды обобщения в обучении: Логико-психологические проблемы построения учебных предметов. - М.: Педагогика, 1972. – 423 с.
5. Подходова Н.С. Стефанова Н.Л. Методика и технология обучения математике. Курс лекций. 2008
6. Ивашова, О.А., Акиндина, А.С. Проблемы формирования математических понятий у младших школьников//[ГЕРЦЕНОВСКИЕ ЧТЕНИЯ. НАЧАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАНИЕ](#).-2016. Том: 7Номер: 1.- С. 103-114



1797



**Благодарю за
внимание!**

Адрес для связи

Ольга Александровна Ивашова

oaivashova@yandex.ru